

Aufgaben

Aufgabe 1

Eine Online-Buchhandlung hat ihren Verkaufspreis für ein Sachbuch über mehrere Monate experimentell optimiert. Im erreichten Gewinnoptimum gelten folgende Eckwerte:

- optimaler Preis $p^* = 30$ GE
- abgesetzte Menge im Optimum $x^* = 400$ Stück
- variable Stückkosten $d = 10$ GE/Stück
- eine lineare Preis-Absatz-Funktion wird unterstellt

Die Marketingverantwortliche möchte die zugrundeliegende Preis-Absatz-Funktion explizit kennen, um sie für künftige Sortimentsentscheidungen weiterzuverwenden.

Bestimmen Sie die Preis-Absatz-Funktion $x(p)$, die Sättigungsmenge x_s und den Prohibitivpreis p_p .

Aufgabe 2

Eine Stadtbäckerei verkauft ein Spezialbrot mit der Preis-Absatz-Funktion $x = 600 - 10p$. Die variablen Stückkosten betragen $d = 20$ GE/Stück, die Fixkosten $c = 800$ GE/Tag.

Aufgrund gestiegener Energie- und Rohstoffkosten steigen die variablen Stückkosten dauerhaft um 50% an. Der Verkaufspreis soll weiterhin gewinnmaximal gesetzt werden.

- Um wie viele Geldeinheiten ändert sich der gewinnmaximale Preis?
- Um wie viele Geldeinheiten ändert sich der maximal erzielbare Tagesgewinn?
- Welcher prozentuale Anteil der Kostensteigerung wird über den Verkaufspreis an die Kundschaft weitergegeben (Überwälzungsquote $\Delta p / \Delta d$)? Lässt sich dieses Ergebnis verallgemeinern?

Aufgabe 3

Ein Sportverein veranstaltet ein einmaliges Turnier und kann den Eintrittspreis frei festlegen. Für den Kartenverkauf gilt die lineare Preis-Absatz-Funktion $x = 350 - 5p$. Die Fixkosten (Hallenmiete, Schiedsrichter, Versicherung) betragen $c = 2.500$ GE; die variablen Stückkosten (Druck, Einlass, Pro-Kopf-Lizenz) liegen bei $d = 10$ GE pro Karte.

In welchem Preisbereich ($p_{\min}, p_{\max}$) erwirtschaftet der Verein einen nicht-negativen Gewinn ($G \geq 0$)? Skizzieren Sie damit die Verlustzone ($G < 0$).

Aufgabe 4

Ein Hersteller von Reinigungsgeräten plant eine neue Produktlinie. Die Marktforschung liefert eine lineare Preis-Absatz-Funktion $x = 2.000 - 10p$. Die anfallenden Fixkosten liegen bei $c = 4.000$ GE pro Periode.

Die Höhe der variablen Stückkosten ist zum Planungszeitpunkt noch unklar (Materialpreise, Energiekosten, Lohnstückkosten). Der Hersteller will eine obere Grenze festlegen, bis zu der die Produktion bei gewinnmaximaler Preissetzung wenigstens kostendeckend bleibt.

Wie hoch dürfen die variablen Stückkosten d höchstens sein, damit der maximal erreichbare Gewinn nicht negativ wird ($G^* \geq 0$)?

Aufgabe 5

Für ein T-Shirt-Modell einer Bekleidungskette wurde die Preis-Absatz-Funktion $x = 1.500 - 25p$ ermittelt. Bei welchem Preis ist eine kleine (marginale) Preiserhöhung gerade umsatzneutral? In welchen Preisbereichen führt eine Preiserhöhung zu einer Umsatzsteigerung bzw. zu einer Umsatzsenkung?

Aufgabe 6

Für ein Hotelzimmerangebot in der Nebensaison gilt die Preis-Absatz-Funktion $x = 200 - 2p$ (x = Buchungen pro Monat, p in GE).

- Berechnen Sie die Punkt-Preiselastizität an der Stelle $p = 40$.
- Berechnen Sie die Bogen-Preiselastizität (Mittelpunktformel) für eine Preiserhöhung von $p_1 = 40$ auf $p_2 = 60$.
- Erklären Sie, warum sich beide Werte unterscheiden, und begründen Sie, welche der beiden Elastizitäten für die Entscheidung über eine Preiserhöhung von 40 auf 60 GE die ökonomisch sinnvollere Bezugsgröße ist.

Aufgabe 7

Ein Unternehmen vertreibt Bluetooth-Kopfhörer und beobachtet folgende Marktreaktion auf zwei Preisniveaus:

- Bei $p_1 = 100$ GE werden $x_1 = 800$ Stück verkauft.
- Bei $p_2 = 200$ GE werden $x_2 = 200$ Stück verkauft.

Es wird eine multiplikative (Cobb-Douglas-)Preis-Absatz-Funktion der Form $x = \alpha * p^\beta$ unterstellt.

- Bestimmen Sie die Parameter α und β .
- Geben Sie die konstante Preiselastizität dieser PAF an.
- Welche Absatzmenge prognostiziert die Funktion bei $p = 400$ GE?

Aufgabe 8

Ein Marktforschungsinstitut hat für eine Outdoor-Bekleidungslinie an der aktuellen Preis-Mengen-Kombination ($p = 60$ GE; $x = 4.000$ Stück) eine Punktelastizität von $\varepsilon = -1,5$ ermittelt.

- Schätzen Sie näherungsweise, um wie viele Prozent die Absatzmenge sinkt, wenn der Preis um 4% erhöht wird.
- Wie hoch ist der so prognostizierte neue Umsatz und um wie viel weicht er prozentual vom Ausgangsumsatz ab?
- Für welchen der beiden Funktionstypen (lineare PAF oder Cobb-Douglas-PAF) liefert die Schätzung aus a) auch bei einer deutlich größeren Preisänderung (z. B. +30%) noch das exakte Ergebnis, und für welchen wird sie ungenau? Begründen Sie kurz.

Aufgabe 9

Die Marketingabteilung eines Reinigungsmittelherstellers hat zwei alternative Preis-Absatz-Funktionen aufgestellt, die beide an der aktuellen Preis-Mengen-Kombination ($p = 100$ GE; $x = 500$ Stück) kalibriert sind. Auch die Punktelastizität an dieser Stelle ist in beiden Modellen identisch und beträgt $\varepsilon = -1$.

- Modell A (linear): $x = 1.000 - 5p$
 - Modell B (Cobb-Douglas): $x = \alpha * p^\beta$
- Verifizieren Sie für Modell A, dass an der Stelle $p = 100$ tatsächlich $\varepsilon = -1$ gilt. Bestimmen Sie für Modell B die Parameter α und β .
 - Welche Absatzmenge prognostizieren die beiden Modelle jeweils, wenn der Preis auf $p = 150$ GE erhöht wird?
 - Welches Modell sagt die robustere (kleinere) Mengeneinbuße voraus? Welches Modell wäre für die Absatzplanung das vorsichtiger?

Aufgabe 10

Ein externer Berater empfiehlt einer Bio-Saftproduzentin, den Verkaufspreis ihres Apfel-Direktsafts um 20% von 4 GE auf 4,80 GE zu erhöhen – die Maßnahme werde den Umsatz steigern, weil das Produkt „nachfrageschwach reagiere“. Eine Studie aus dem Vorjahr hat für diese Preisregion eine Punkt-Preiselastizität von $\varepsilon = -1,8$ ermittelt.

- Beurteilen Sie die Aussage des Beraters mit Hilfe der Formel zur Schätzung der Umsatzänderung $\Delta U/U \approx (\Delta p/p) * (1 + \varepsilon)$. Wäre die Preiserhöhung umsatzsteigernd?
- Bei welcher Punkt-Preiselastizität wäre eine kleine Preiserhöhung gerade umsatzneutral?
- Bis zu welcher prozentualen Preiserhöhung wäre (bei unveränderter Elastizität $\varepsilon = -1,8$) der mithilfe der Formel aus a) prognostizierte Umsatzrückgang höchstens 1%?

Aufgabe 11

Eine Sportartikelmanufaktur verkauft ein Heimtrainer-Modell mit der Preis-Absatz-Funktion $x = 320 - 4p$, variablen Stückkosten $d = 30$ GE und Fixkosten $c = 500$ GE.

Eine Werbeagentur bietet eine Kampagne an, die einmalig 2.400 GE kostet und die Sättigungsmenge x_s um einen bisher unbekannten Prozentsatz erhöht. Die Steigung β der PAF bleibt unverändert.

Ab welcher prozentualen Sättigungssteigerung würde sich die Kampagne (bei jeweils gewinnmaximaler Preissetzung vor und nach der Kampagne) gerade lohnen?

Aufgabe 12

Ein Reinigungsdienst hat folgende Ausgangslage: Preis-Absatz-Funktion $x = 1.000 - 10p$, variable Stückkosten $d = 20$ GE, Fixkosten $c = 3.000$ GE. Der gewinnmaximale Preis wird gesetzt.

Das Controlling diskutiert zwei mögliche Effizienzmaßnahmen, die jeweils einen der beiden Kostenparameter um 10% senken:

- Maßnahme A: Die variablen Stückkosten sinken um 10% auf $d = 18$ GE.
- Maßnahme B: Die Fixkosten sinken um 10% auf $c = 2.700$ GE.

Welche der beiden Maßnahmen erhöht den maximal erreichbaren Gewinn stärker? Berechnen Sie die jeweiligen Gewinnzuwächse ΔG_A und ΔG_B und erläutern Sie kurz, woher der Unterschied stammt.

Lösungen

Aufgabe 1

$$x = 1.000 - 20p; x_s = 1.000; p_p = 50.$$

Aufgabe 2

$$\Delta p^* = +5 \text{ GE}; \Delta G^* = -1.750 \text{ GE}; \Delta p / \Delta d = 50\%. \text{ Verallgemeinerbar: } \partial p^* / \partial d = 1/2.$$

Aufgabe 3

$$20 \leq p \leq 60; \text{ Verlustzone: } p < 20 \text{ bzw. } p > 60.$$

Aufgabe 4

$$d_{\max} = 160 \text{ GE/Stück.}$$

Aufgabe 5

Umsatzneutral bei $p = 30$ GE; bei $p < 30$ steigt, bei $p > 30$ sinkt der Umsatz durch eine Preiserhöhung.

Aufgabe 6

$\varepsilon(40) = -\frac{2}{3} \approx -0,67$; $\varepsilon_B = -1$. Für $40 \rightarrow 60$ GE ist ε_B sinnvoller.

Aufgabe 7

$\alpha = 8.000.000$; $\beta = -2$; $\varepsilon = -2$; $x(400) = 50$.

Aufgabe 8

$\Delta x/x \approx -6\%$; $x_{neu} \approx 3.760$; $U_{neu} \approx 234.624$ GE; $\Delta U/U \approx -2,24\%$. Mengen-Linearisierung: lineare PAF exakt, Cobb-Douglas nur lokal.

Aufgabe 9

Modell A: $\varepsilon_A(100) = -1$. Modell B: $\alpha = 50.000$, $\beta = -1$. Bei $p = 150$: $x_A = 250$, $x_B \approx 333,33$. Modell B robuster; Modell A vorsichtiger.

Aufgabe 10

$\Delta U/U \approx -16\%$; Aussage falsch. Umsatzneutral bei $\varepsilon = -1$; maximal $g = 1,25\%$.

Aufgabe 11

Sättigungssteigerung $s = 25\%$; damit $x_{s,neu} = 400$.

Aufgabe 12

$\Delta G_A = 810$ GE; $\Delta G_B = 300$ GE. Maßnahme A wirkt stärker, weil d auch p^* und x^* verändert; c wirkt nur direkt.